

**Спецификация  
экзаменационных материалов для проведения в 2021 году  
государственного выпускного экзамена  
по МАТЕМАТИКЕ (письменная форма)  
для обучающихся по образовательным программам  
ОСНОВНОГО общего образования**

### 1. Назначение экзаменационной работы

Государственный выпускной экзамен (ГВЭ) представляет собой форму государственной итоговой аттестации для обучающихся, осваивающих образовательные программы основного общего образования в специальных учебно-воспитательных учреждениях закрытого типа, а также в учреждениях, исполняющих наказание в виде лишения свободы, а также для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья, обучающихся – детей-инвалидов и инвалидов, осваивающих образовательные программы основного общего образования.

ГВЭ проводится в целях определения соответствия результатов освоения обучающимися основных образовательных программ основного общего образования соответствующим требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

ГВЭ проводится в соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» и Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования, утверждённым приказом Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 (зарегистрирован в Минюсте России 10.12.2018 № 52952).

### 2. Документы, определяющие содержание экзаменационной работы

Содержание экзаменационной работы определяется на основе федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (приказ Минобрнауки России от 17.12.2010 № 1897) с учётом Примерной основной образовательной программы основного общего образования (одобрена решением Федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 08.04.2015 № 1/15)).

В экзаменационной работе обеспечена преемственность проверяемого содержания с федеральным компонентом государственного стандарта основного общего образования (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

### 3. Виды экзаменационной работы ГВЭ-9 по математике (письменная форма)

Экзаменационные материалы по математике для ГВЭ-9 в письменной форме разрабатываются для обучающихся без ОВЗ и разных категорий обучающихся с ОВЗ.

**1. Экзаменационные материалы, содержащие литеру «А» (100-е номера вариантов)** – для участников ГВЭ-9 без ОВЗ и обучающихся с ОВЗ (глухих, позднооглохших; слабовидящих; с тяжёлыми нарушениями речи; с нарушениями опорно-двигательного аппарата; с расстройствами аутистического спектра; иных категорий участников ГВЭ, которым требуется создание специальных условий (с диабетом, онкологией, астмой и др.)).

**2. Экзаменационные материалы, содержащие литеру «С» (300-е номера вариантов)** – для слепых обучающихся, слабовидящих и поздноослепших обучающихся, владеющих шрифтом Брайля. Экзаменационные материалы аналогичны материалам с литерой «А», но в текстах заданий сведены к минимуму визуальные образы.

**3. Экзаменационные материалы, содержащие литеру «К» (200-е номера вариантов)** – для участников ГВЭ-9 с задержкой психического развития, обучающихся по адаптированным основным общеобразовательным программам.

Задания ГВЭ-9 (письменная форма) построены с учетом в том числе следующих предметных результатов освоения основной образовательной программы основного общего образования:

- «15) для слепых и слабовидящих обучающихся:
  - владение правилами записи математических формул и специальных знаков рельефно-точечной системы обозначений Л. Брайля;
  - владение тактильно-осозательным способом обследования и восприятия рельефных изображений предметов, контурных изображений геометрических фигур и т.п.;
  - умение читать рельефные графики элементарных функций на координатной плоскости, применять специальные приспособления для рельефного черчения».

**Описание экзаменационной работы, маркированной литерой «А» (100-е номера вариантов) или литерой «С» (300-е номера вариантов)**

**4. Структура и содержание экзаменационной работы**

Каждый вариант экзаменационной работы содержит 12 заданий, из которых 10 заданий с заданием с кратким ответом, в которых необходимо записать ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр, и 2 задания с развёрнутым ответом.

Задания 1–10 с кратким ответом группируются исходя из тематической принадлежности заданий: алгебра, геометрия.

Задания 11 и 12 с развёрнутым ответом проверяют освоение математики на повышенном уровне.

В экзаменационной работе ГВЭ-9 контролируются элементы содержания из следующих курсов математики:

1. *Математика. 5–6 классы;*
2. *Алгебра. 7–9 классы;*
3. *Геометрия. 7–9 классы;*
4. *Вероятность и статистика. 7–9 классы.*

В таблице 1 приведено распределение заданий по основным содержательным разделам.

*Таблица 1. Распределение заданий по основным содержательным разделам (темам) курса математики*

Содержательные блоки по темам курса	Количество заданий
Алгебра, вероятность и статистика	8
Геометрия	4
Итого	12

В экзаменационной работе представлены задания базового и повышенного уровней сложности. К заданиям базового уровня относится 10 заданий с кратким ответом. Эти задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях. К заданиям повышенного уровня относится 2 задания. Эти задания направлены на проверку освоения математики на повышенном уровне сложности. В таблице 2 представлено распределение заданий по уровням сложности.

*Таблица 2. Распределение заданий по уровням сложности*

Уровень сложности заданий	Количество заданий	Максимальный балл	Процент максимального балла за задания данного уровня сложности от максимального балла за всю работу, равного 14
Базовый	10	10	71
Повышенный	2	4	29
Итого	12	14	100

**5. Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом**

Каждое из заданий 1–10 с кратким ответом считается выполненным, если записанный ответ совпадает с верным ответом.

Выполнение каждого из заданий 11 и 12 оценивается экспертами 2 баллами, если обоснованно получен верный ответ; 1 баллом, если верно построена математическая модель и получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки или в доказательстве математического утверждения содержатся неточности, и 0 баллов в других случаях. К заданию приводится подробная инструкция для экспертов, в которой указывается, за что выставляется каждый балл – от нуля до максимального балла.

В экзаменационном варианте перед каждым типом задания предлагается инструкция, в которой приведены общие требования к оформлению ответов.

Максимальный первичный балл за всю работу – 14.

Перевод первичных баллов, полученных участником экзамена за выполнение всех заданий экзаменационной работы, в пятибалльную систему оценки осуществляется с учётом приведённой ниже шкалы перевода.

*Шкала перевода первичных баллов в пятибалльную отметку*

Диапазон первичных баллов	0–3	4–6	7–9	10–14
Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»

**6. Продолжительность экзаменационной работы**

На выполнение экзаменационной работы по математике предоставляется 3 часа 55 минут (235 минут).

**7. Дополнительные материалы и оборудование**

При проведении ГВЭ-9 в письменной форме по математике используются: линейка, не содержащая справочной информации; справочные материалы, содержащие основные формулы курса математики образовательной программы основного общего образования.

Перечень средств обучения и воспитания, использование которых разрешено при проведении ГВЭ-9, утверждается приказом Минпросвещения России и Рособнадзора.

**8. Изменения в экзаменационных материалах 2021 года по сравнению с 2020 годом**

Изменения структуры и содержания экзаменационных материалов ГВЭ-9 по математике отсутствуют.

**Обобщённый план варианта экзаменационных материалов  
ГВЭ-9 2021 года по МАТЕМАТИКЕ  
с маркировкой литерой «А» (100-е номера вариантов)  
или «С» (300-е номера вариантов)**

*Уровни сложности задания: Б – базовый; П – повышенный.*

№ задания	Основные проверяемые требования к математической подготовке	Уровень сложности	Максимальный балл за выполнение задания
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Б	1
2	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Б	1
3	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	Б	1
4	Уметь строить и читать графики функций	Б	1
5	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Б	1
6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	1
7	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	1
8	Уметь проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	Б	1
9	Уметь: решать несложные практические расчётные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов	Б	1
10	Уметь: решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуацией с использованием аппарата вероятности и статистики	Б	1

11	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений; решать уравнения, неравенства и их системы; строить и читать графики функций; строить и исследовать простейшие математические модели	П	2
12	Уметь: проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	П	2
<p>Всего заданий – <b>12</b>; из них по типу заданий: с кратким ответом – <b>10</b>; с развёрнутым ответом – <b>2</b>; по уровню сложности: Б – <b>10</b>; П – <b>2</b>. Максимальный балл – <b>14</b>. Общее время выполнения работы – <b>3 часа 55 минут (235 минут)</b>.</p>			

**Описание экзаменационной работы,  
маркированной литерой «К» (200-е номера вариантов)**

**4. Структура и содержание экзаменационной работы**

Каждый вариант экзаменационной работы, маркированный литерой «К», содержит 10 заданий с кратким ответом, в которых необходимо записать ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр.

Задания группируются исходя из тематической принадлежности заданий: алгебра, геометрия.

В экзаменационной работе ГВЭ-9 контролируются элементы содержания из следующих курсов математики:

1. *Математика*. 5–6 классы;
2. *Алгебра*. 7–9 классы;
3. *Геометрия*. 7–9 классы;
4. *Вероятность и статистика*. 7–9 классы.

В таблице 3 приведено распределение заданий по основным содержательным разделам.

*Таблица 3. Распределение заданий  
по основным содержательным разделам (темам) курса математики*

Содержательные блоки по темам курса	Количество заданий
Алгебра, вероятность и статистика	7
Геометрия	3
Итого	10

В экзаменационной работе представлены задания базового уровня сложности. Эти задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

**4. Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом**

Каждое из заданий 1–10 с кратким ответом считается выполненным, если записанный ответ совпадает с верным ответом.

Максимальный первичный балл за всю работу – 10.

Перевод первичных баллов, полученных участником экзамена за выполнение всех заданий экзаменационной работы, в пятибалльную систему оценки осуществляется с учётом приведённой ниже шкалы перевода.

*Шкала перевода первичных баллов в пятибалльную отметку*

Диапазон первичных баллов	0–2	3–5	6–8	9–10
Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»

**5. Продолжительность экзаменационной работы**

На выполнение экзаменационной работы по математике предоставляется 3 часа 55 минут (235 минут).

**6. Дополнительные материалы и оборудование**

При проведении ГВЭ-9 в письменной форме по математике используются: линейка, не содержащая справочной информации; справочные материалы, содержащие основные формулы курса математики образовательной программы основного общего образования.

Перечень средств обучения и воспитания, использование которых разрешено при проведении ГВЭ-9, утверждается приказом Минпросвещения России и Рособнадзора.

**7. Изменения в экзаменационных материалах 2021 года по сравнению с 2020 годом**

Изменения структуры и содержания экзаменационных материалов ГВЭ-9 по математике отсутствуют.

**Обобщённый план варианта экзаменационных материалов  
ГВЭ-9 2021 года по МАТЕМАТИКЕ  
с маркировкой литерой «К» – (200-е номера вариантов)**

*Уровень сложности задания: Б – базовый*

№ задания	Основные проверяемые требования к математической подготовке	Уровень сложности	Максимальный первичный балл
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Б	1
2	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Б	1
3	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	Б	1
4	Уметь строить и читать графики функций	Б	1
5	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Б	1
6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	1
7	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	1
8	Уметь проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	Б	1
9	Уметь решать несложные практические расчётные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов	Б	1
10	Уметь решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальных ситуаций с использованием аппарата вероятности и статистики	Б	1
<p>Всего заданий – <b>10</b>; из них по типу заданий: с кратким ответом – <b>10</b>; по уровню сложности: Б – <b>10</b>. Максимальный балл – <b>10</b>. Общее время выполнения работы – <b>3 часа 55 минут (235 минут)</b>.</p>			

**Образец экзаменационного материала  
ГВЭ-9 (письменная форма) 2021 года по МАТЕМАТИКЕ (маркировка  
литерой «А» – 100-е номера вариантов)**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из 12 заданий, из которых 10 заданий базового уровня сложности с кратким ответом и 2 задания повышенного уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–10 запишите в поля ответов в работе, а затем перенесите в бланк ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 9)
- 10)

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении заданий 11 и 12 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов.

Бланк ответов заполняется яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

## АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $(b_n)$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии  $S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}$ .

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

## ГЕОМЕТРИЯ

- Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n - 2)$ .

- Радиус  $r$  окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{6}a$ .

- Радиус  $R$  окружности, описанной около правильного треугольника со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ .

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  – радиус описанной окружности.

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины  $l$  окружности радиуса  $R$ :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины  $l$  дуги окружности радиуса  $R$ , на которую опирается центральный угол в  $\varphi$  градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади  $S$  параллелограмма со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:  $S = ah$ .

- Формула площади  $S$  треугольника со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади  $S$  трапеции с основаниями  $a$ ,  $b$  и высотой  $h$ :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади  $S$  круга радиуса  $R$ :  $S = \pi R^2$ .

**Часть 1**

*Ответами к заданиям 1–10 являются целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ справа от номера соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.*

**1**

Найдите значение выражения  $\frac{5}{3} \cdot \frac{9}{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2**

Решите уравнение  $5x^2 - 9x + 4 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3**

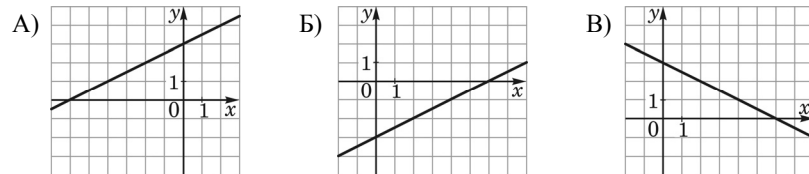
Найдите значение выражения  $\frac{1}{3x} - \frac{3x+5y}{15xy}$  при  $x = \sqrt{45}$ ,  $y = \frac{1}{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4**

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1)  $y = \frac{1}{2}x + 3$       2)  $y = -\frac{1}{2}x + 3$       3)  $y = \frac{1}{2}x - 3$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

**5**

Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} x + 3,4 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$$

1)  $(-\infty; -4]$

3)  $[-4; -3,4]$

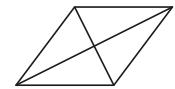
2)  $[-3,4; +\infty)$

4)  $(-\infty; -4] \cup [-3,4; +\infty)$

Ответ:

**6**

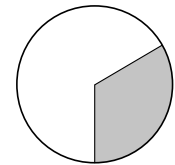
Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 4 и 6.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**7**

Площадь круга равна 69. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен  $120^\circ$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**8**

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна  $90^\circ$  градусам.
- 3) Любые два равнобедренных треугольника подобны.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9**

Спортивный магазин проводит акцию: любая футболка стоит 200 рублей, при покупке двух футболок — скидка на вторую футболку 80%. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух футболок в период действия акции?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Родительский комитет закупил 25 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 18 – с машинами и 7 – с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 25 детьми, среди которых есть Володя. Найдите вероятность того, что Володе достанется пазл с машиной.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

### Часть 2

**Для записи решений и ответов на задания 11 и 12 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ. Запишите сначала номер выполняемого задания (11 или 12), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

- 11** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 280 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 15 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 39 часов после отплытия из него.

- 12** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ , лежащей на боковой стороне  $CD$ . Докажите, что точка  $K$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $AD$ .

### Система оценивания экзаменационной работы по математике (маркировка литерой «А» – 100-е номера вариантов)

Каждое из заданий 1–10 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр. Верное выполнение каждого задания оценивается 1 баллом.

#### Ответы к заданиям 1–10

№ задания	Правильный ответ
1	7,5
2	1
3	–0,4
4	132
5	3
6	12
7	23
8	23
9	240
10	0,72

#### Решения и критерии оценивания заданий 11 и 12

Количество баллов, выставяемых за выполнение заданий 11 и 12, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов.

При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего образования.



- 11** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 280 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 15 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 39 часов после отплытия из него.

Решение.

Пусть собственная скорость теплохода равна  $v$  км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{280}{v-4} + \frac{280}{v+4} = 24;$$

$$280v + 1120 + 280v - 1120 = 24v^2 - 384;$$

$$3v^2 - 70v - 48 = 0,$$

откуда  $v = 24$ .

Ответ: 24 км/ч.

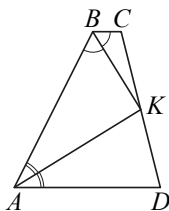
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 12** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ , лежащей на боковой стороне  $CD$ . Докажите, что точка  $K$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $AD$ .

Доказательство.

Точка  $K$  лежит на биссектрисе угла  $ABC$ , поэтому эта точка равноудалена от прямых  $AB$  и  $BC$ . Аналогично точка  $K$  равноудалена от прямых  $AB$  и  $AD$ .

Значит, точка  $K$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $AD$ .



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Доказательство не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

**Образец экзаменационного варианта  
ГВЭ-9 (письменная форма) 2021 года по МАТЕМАТИКЕ  
(с маркировкой литерой «К» – 200-е номера вариантов)**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из 10 заданий базового уровня сложности с кратким ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–10 запишите в поля ответов в работе, а затем перенесите в бланк ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 9)
- 10)

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Бланк ответов заполняется яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

## АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $(b_n)$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии  $S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}$ .

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

## ГЕОМЕТРИЯ

- Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n - 2)$ .
- Радиус  $r$  окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{6}a$ .

- Радиус  $R$  окружности, описанной около правильного треугольника со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ .

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  – радиус описанной окружности.

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины  $l$  окружности радиуса  $R$ :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины  $l$  дуги окружности радиуса  $R$ , на которую опирается центральный угол в  $\varphi$  градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади  $S$  параллелограмма со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:  $S = ah$ .

- Формула площади  $S$  треугольника со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади  $S$  трапеции с основаниями  $a$ ,  $b$  и высотой  $h$ :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади  $S$  круга радиуса  $R$ :  $S = \pi R^2$ .

**Ответами к заданиям 1–10 являются целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ справа от номера соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.**

**1** Найдите значение выражения  $3 \cdot 1,9 + 0,3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** Найдите корень уравнения  $x + 7 = -x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** Найдите значение выражения  $(2 + c)^2 - c(c - 4)$  при  $c = -\frac{1}{8}$ .

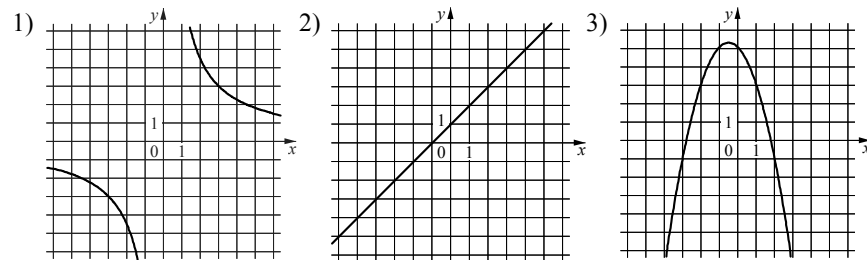
Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Установите соответствие между функциями и их графиками.

**ФУНКЦИИ**

А)  $y = -x^2 - x + 5$       Б)  $y = x + 1$       В)  $y = \frac{9}{x}$

**ГРАФИКИ**



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

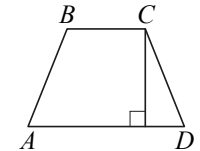
А	Б	В

**5** Укажите решение неравенства  $x^2 - 81 > 0$ .

- |                                      |                    |
|--------------------------------------|--------------------|
| 1) $(-\infty; +\infty)$              | 3) $(-9; 9)$       |
| 2) $(-\infty; -9) \cup (9; +\infty)$ | 4) $(-9; +\infty)$ |

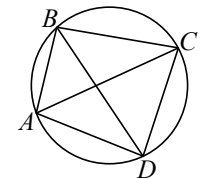
Ответ:

**6** Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины  $C$ , делит основание  $AD$  на отрезки длиной 14 и 11. Найдите длину основания  $BC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $92^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $60^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.
- 2) Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то такой параллелограмм является ромбом.
- 3) Все диаметры одной и той же окружности равны между собой.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** Банк начисляет на счёт 15% годовых. Вкладчик положил на счёт 700 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 1 с мясом, 8 с капустой и 3 с вишней. Илья наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

**Система оценивания экзаменационной работы по математике  
(маркировка литерой «К» – 200-е номера вариантов)**

Каждое из заданий 1–10 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр. Верное выполнение каждого задания оценивается 1 баллом.

**Ответы к заданиям 1–10**

№ задания	Правильный ответ
1	6
2	–3,5
3	3
4	321
5	2
6	3
7	32
8	23
9	805
10	0,25

**Образец экзаменационного материала  
ГВЭ-9 (письменная форма) 2021 года по МАТЕМАТИКЕ  
(маркировка литерой «С» – 300-е номера вариантов)**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из 12 заданий, из которых 10 заданий базового уровня сложности с кратким ответом и 2 задания повышенного уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланке ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 9)
- 10)

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении заданий 11 и 12 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов.

Бланк ответов заполняется яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

**СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ**

**АЛГЕБРА**

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $(b_n)$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии  $S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}$ .

**Таблица квадратов двузначных чисел**

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

- Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .
- Радиус  $r$  окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{6}a$ .
- Радиус  $R$  окружности, описанной около правильного треугольника со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ .

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c, AC = b, BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  – радиус описанной окружности.

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c, AC = b, BC = a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины  $l$  окружности радиуса  $R$ :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины  $l$  дуги окружности радиуса  $R$ , на которую опирается центральный угол в  $\varphi$  градусов:

$$l = \frac{2\pi R\varphi}{360}.$$

- Формула площади  $S$  параллелограмма со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:  $S = ah$ .

- Формула площади  $S$  треугольника со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади  $S$  трапеции с основаниями  $a, b$  и высотой  $h$ :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади  $S$  круга радиуса  $R$ :  $S = \pi R^2$ .

Часть 1

*Ответами к заданиям 1–10 являются целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ справа от номера соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.*

1

Найдите значение выражения  $\frac{5}{3} \cdot \frac{9}{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2

Решите уравнение  $5x^2 - 9x + 4 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

3

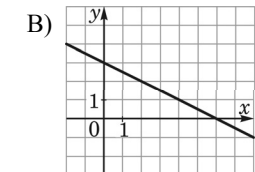
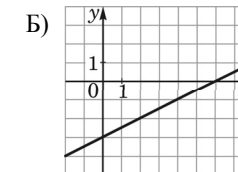
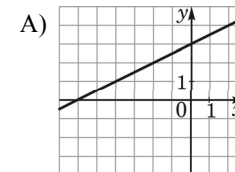
Найдите значение выражения  $\frac{1}{3x} - \frac{3x+5y}{15xy}$  при  $x = \sqrt{45}, y = \frac{1}{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1)  $y = \frac{1}{2}x + 3$

2)  $y = -\frac{1}{2}x + 3$

3)  $y = \frac{1}{2}x - 3$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

5

Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} x + 3,4 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$$

1)  $(-\infty; -4]$

3)  $[-4; -3,4]$

2)  $[-3,4; +\infty)$

4)  $(-\infty; -4] \cup [-3,4; +\infty)$

Ответ: 

6

Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 4 и 6.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7

Площадь круга равна 69. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен  $120^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна  $90$  градусам.
- 3) Любые два равносторонних треугольника подобны.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9

Спортивный магазин проводит акцию: любая футболка стоит 200 рублей, при покупке двух футболок — скидка на вторую футболку 80%. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух футболок в период действия акции?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10

Родительский комитет закупил 25 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 18 – с машинами и 7 – с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 25 детьми, среди которых есть Володя. Найдите вероятность того, что Володе достанется пазл с машиной.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

### Часть 2

**Для записи решений и ответов на задания 11 и 12 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ. Запишите сначала номер выполняемого задания (11 или 12), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

11

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 280 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 15 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 39 часов после отплытия из него.

12

Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ , лежащей на боковой стороне  $CD$ . Докажите, что точка  $K$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $AD$ .

**Система оценивания экзаменационной работы по математике  
(маркировка литерой «С» – 300-е номера вариантов)**

Каждое из заданий 1–10 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр. Верное выполнение каждого задания оценивается 1 баллом.

**Ответы к заданиям 1–10**

№ задания	Правильный ответ
1	7,5
2	1
3	–0,4
4	132
5	3
6	12
7	23
8	23
9	240
10	0,72

**Решения и критерии оценивания заданий 11 и 12**

Количество баллов, выставяемых за выполнение заданий 11 и 12, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов.

При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего образования.

11

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 280 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 15 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 39 часов после отплытия из него.

Решение.

Пусть собственная скорость теплохода равна  $v$  км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{280}{v-4} + \frac{280}{v+4} = 24;$$

$$280v + 1120 + 280v - 1120 = 24v^2 - 384;$$

$$3v^2 - 70v - 48 = 0,$$

откуда  $v = 24$ .

Ответ: 24 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

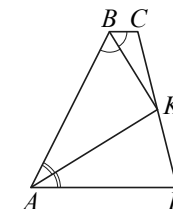
12

Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ , лежащей на боковой стороне  $CD$ . Докажите, что точка  $K$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $AD$ .

Доказательство.

Точка  $K$  лежит на биссектрисе угла  $ABC$ , поэтому эта точка равноудалена от прямых  $AB$  и  $BC$ . Аналогично точка  $K$  равноудалена от прямых  $AB$  и  $AD$ .

Значит, точка  $K$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $AD$ .



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Доказательство не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл